

Formelsammlung

- Trigonometrische Funktionen

$$\cos(x) = \operatorname{Re}(e^{ix})$$

$$\sin(x) = \operatorname{Im}(e^{ix})$$

- Euler Formel

$$e^{i\alpha A t} = \cos(\alpha t)\mathbb{1} + i \sin(\alpha t)A$$

für $\alpha \in \mathbb{R}$ und $A^2 = \mathbb{1}$.

- Heisenberg Gleichung

$$\frac{d}{dt}A(t) = i[H, A(t)]$$

- Gauss-Integral

$$\int_{\mathbb{R}} e^{-at^2} dt = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad \forall a > 0$$

- Fouriertransformation

$$\tilde{\psi}(p) = \frac{1}{(2\pi)^{d/2}} \int \psi(x) e^{-ipx} dx$$

$$\psi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{d/2}} \int \tilde{\psi}(p) e^{ipx} dp$$

- Harmonischer Oszillator

$$H = \hbar\omega \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right)$$

Orts- und Impulsoperator

$$X = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} (a + a^\dagger)$$

$$P = -i \sqrt{\frac{m\omega\hbar}{2}} (a - a^\dagger)$$

- Hermitesche Polynome

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$$

- Störungstheorie (ohne Entartung)

$$H = H_0 + \lambda V$$

$$|n\rangle = \sum_{j=0}^{\infty} \lambda^j |n^{(j)}\rangle$$

$$E_n = \sum_{j=0}^{\infty} \lambda^j E_n^{(j)}$$

$$|n^{(1)}\rangle = \sum_{k \neq n} \frac{\langle k^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle}{E_n^{(0)} - E_k^{(0)}} |k^{(0)}\rangle$$

$$E_n^{(k)} = \langle n^{(0)} | V | n^{(k-1)} \rangle, \quad k \in \mathbb{Z}^+$$

- Drehimpuls. Eigenwertgleichungen

$$L^2 |l, m\rangle = \hbar^2 l(l+1) |l, m\rangle$$

$$L_z |l, m\rangle = \hbar m |l, m\rangle$$

Kommutationsrelationen

$$[L_i, L_j] = i\hbar \sum_k \epsilon_{i,j,k} L_k$$

Leiteroperatoren

$$L_{\pm} |l, m\rangle = \sqrt{l(l+1) - m(m \pm 1)} |l, m \pm 1\rangle$$

(für $|m| < l$ bzw. $0 < |m| \leq l$)

- Drehimpuls-Kopplung

$$J^2 = (L^{(1)})^2 + (L^{(2)})^2 + 2L_3^{(1)}L_3^{(2)} \\ + L_+^{(1)}L_-^{(2)} + L_-^{(1)}L_+^{(2)}$$

- Messung einer Observablen A

$$A = \sum_k \lambda_k \pi_k$$

$$\mathbb{P}[\lambda_k] = \operatorname{Tr}(\pi_k \rho)$$

$$\rho_k \propto \pi_k \rho \pi_k$$

- Pauli-Matrizen mit Eigenvektoren

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad |\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm 1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad |\pm i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \mp i \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad |0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Plancksches Strahlungsgesetz, Energiedichte

$$U(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/(k_B T)} - 1}$$

- Photoelektrischer Effekt, Photonenenergie

$$E = \hbar\omega = h\nu$$

- Compton-Effekt

$$\Delta\lambda = \lambda_C(1 - \cos(\phi)), \quad \text{mit } \lambda_C = h/(mc)$$

- Energie im elektrischen Potential $E = q \cdot U$.

- De-Broglie-Gleichung

$$\lambda = h/p \text{ bzw. } p = \hbar k$$

- Relativistische Energie-Impuls-Beziehung

$$E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$$

- Konstanten

$$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$